# Α' ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ

1) Αν κάποιος διαθέτει 3 σακάκια, 4 παντελόνια, 5 πουκάμισα, 10 ζευγάρια κάλτσες και 2 ζευγάρια παπούτσια, με πόσους τρόπους μπορεί να ντυθεί φορώντας από όλα τα είδη; Ποιά η πιθανότητα να φοράει ένα ορισμένο σακάκι;

ΛΥΣΗ

Έχουμε:

3 Σακ.
4 παντ.
5 πουκ.
10 ζ. καλ.
2 ζ. παπ.

Υποχρεωτικά:

| ζ. καλ. | ζ. παπ. | πουκ. | παντ. | σακ. |
|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 10 τροπους | 2 τροπους | 5 τρόπους | 4 τρόπους | 3 τροπους |

Απο πολλαπλασιαστική Αρχή έχουμε:

$$10 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3 = 12 \times 100 = 1200 \text{ τρόπους}$$

$$P(\text{να φοράει ενα ορισμενο σακάκι}) = \frac{1}{3}.$$

(οι δυνατές περιπτώσεις είναι 3 σακάκια
και οι ευνοϊκές περιπτώσεις είναι 1 ορισμενο σακάκι.)

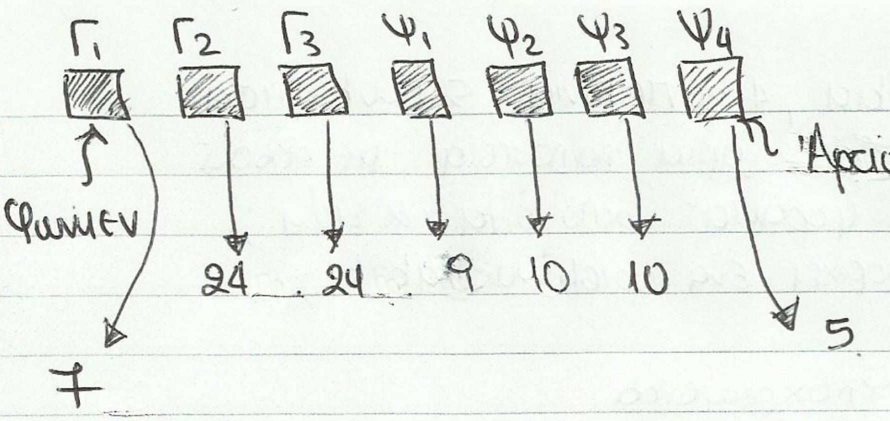
2) Πόσες πινακίδες κυκλοφορίας μπορούμε να κατασκευάσουμε που να περιέχουν στη σειρά τρία κεφαλαία γράμματα του ελληνικού Αλφάβητου, ακολουθούμενα από έναν τετραψήφιο αριθμό; Ποια η πιθανότητα η πινακίδα που θα επιλέξουμε τυχαία να αρχίζει με φωνήεν και να τελειώνει με άρτιο αριθμό;

ΛΥΣΗ

| $Γ_1$ | $Γ_2$ | $Γ_3$ | $Ψ_1$ | $Ψ_2$ | $Ψ_3$ | $Ψ_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 24 | 24 | 24 | 9 | 10 | 10 | 10 |

$$24 \times 24 \times 24 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 = 124416000 \text{ πινακ.}$$

→ Διοτι εχουμε 0, 1, 2, ... 9 ($Ψ_1 \neq 0$)




Αλλα οι δυνατες περιπτωσεις που μπορεί να γεμίσει το Γ1 είναι 24 και οι δυνατες περιπτώσεις που μπορεί να γεμίσει το Ψ4 είναι 10

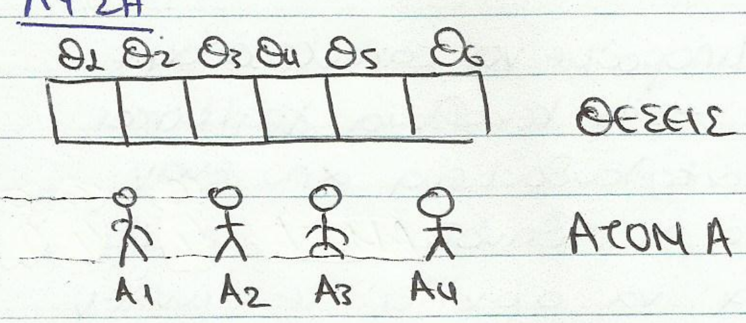
$$P(\Gamma_1 \text{ φωνηεν και } \Psi_4 \text{ άρτιος}) = \frac{7\cdot\cancel{5}}{24\cdot\cancel{10}_{2}} = \frac{7}{48}$$

ή

$$P(\Gamma_1 \text{ φωνήεν και } \Psi_4 \text{ άρτιος}) = \frac{7\cdot\cancel{24}\cdot\cancel{24}\cdot\cancel{9}\cdot\cancel{10}\cdot\cancel{10}\cdot 5}{24\cdot\cancel{24}\cdot\cancel{24}\cdot\cancel{9}\cdot\cancel{10}\cdot\cancel{10}\cdot 10} = \frac{7\cdot 5}{24\cdot 10} = \frac{7}{48}$$

3) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να κάτσουν 4 άτομα σε 6 θέσεις μιας σειράς; Ποια η πιθανότητα η τελευταία θέση να μείνει κενή;

ΛΥΣΗ




Το $A_1$ μπορεί να κάτσει με 6 τρόπους
Το $A_2$ " " " " 5 τρόπους
Το $A_3$ " " " " 4 τρόπους
Το $A_4$ " " " " 3 τρόπους

πολ/στική αρχή $6\times5\times4\times3 = 360$ τρόπους

ή

Έχουμε μια διάταξη $(6)_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6\cdot5\cdot4\cdot3 = 360$ τρόπους

Έστω το ενδεχόμενο $A = \{$η τελευταία θέση κενή$\}$

ευνοϊκές περιπτώσεις

$$P(A) = \frac{\|A\|}{\|S\|} = \frac{(5)_4}{360} = \frac{\cancel{5 \cdot 4 \cdot 3} \cdot 2}{6 \cdot \cancel{5 \cdot 4 \cdot 3}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\overline{33}$$

δυνατές περιπτώσεις

4) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να μπουν σε μια σειρά 4 αγόρια και 3 κορίτσια; Ποιά η πιθανότητα να είναι όλα μαζί τα αγόρια και όλα μαζί τα κορίτσια;

ΛΥΣΗ

Δεν μας ενδιαφέρει η σειρά που θα τοποθετηθούν και έτσι τα βλέπουμε αγόρια - κορίτσια ως άτομα. Άρα έχουμε 7 άτομα που πρέπει να μπουν σε μια σειρά με όλους τους δυνατούς τρόπους. Προφανώς, έχουμε μετάθεση. Άρα, είναι 7! οι τρόποι

Στο επόμενο τα αγόρια και τα κορίτσια ξεχωρίζουν μεταξύ τους (σε 2 κατηγορίες)

Έστω B ενδεχόμενο τα αγόρια μαζί και τα κορίτσια μαζί. Άρα, η πιθανότητα του B:

$$P(B) = \frac{\|B\|}{\|S\|} = \frac{2 \cdot 3! \cdot 4!}{7!} = \frac{2}{35} \approx 0.57$$

| $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ | $K_4$ | $\rightarrow 3! \cdot 4!$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $K_1$ | $K_2$ | $K_3$ | $K_4$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $\rightarrow 4! \cdot 3!$ |

$\Big\} \; 2 \cdot 3! \cdot 4!$

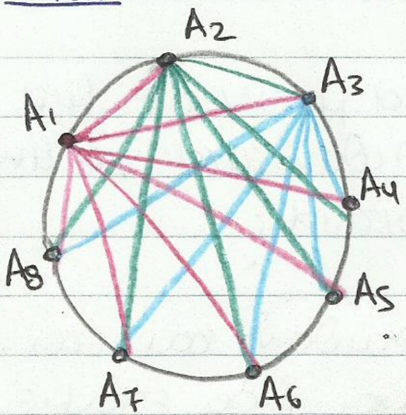
5) ΝΔΟ $\binom{\nu}{k} = \binom{\nu}{\nu - k}$

ΛΥΣΗ

$$\binom{\nu}{k} = \frac{\nu!}{k!(\nu-k)!} \quad \text{και} \quad \binom{\nu}{\nu-k} = \frac{\nu!}{(\nu-k)!(\nu-(\nu-k))!} = \frac{\nu!}{(\nu-k)! \cdot k!}$$

6) Σε έναν κύκλο δίνονται 8 σημεία $A_1, A_2, \ldots, A_8$.
Πόσα ευθύγραμμα τμήματα ορίζουν τα σημεία αυτά;
Ποια η πιθανότητα ένα από τα παραπάνω τμήματα που επιλέγεται τυχαία να μη διέρχεται από το $A_1$;

ΛΥΣΗ




$A_1 \rightarrow 7$ ευθ. τμ.
$A_2 \rightarrow 6$ ευθ. τμ.
$A_3 \rightarrow 5$ -"- -"-
$A_4 \rightarrow 4$ -"- -"-
$A_5 \rightarrow 3$ -"- -"-
$A_6 \rightarrow 2$ -"- -"-
$A_7 \rightarrow 1$ -"- -"-
$A_8 \rightarrow 0$ -"- -"-

Άρα, όλα είναι

$7+6+5+4+3+2+1+0 =$
$= 28$

ή

όλων 2-άδες

Τα 8 σημεία θα ορίζουν συνολικά $\binom{8}{2} = 28$ ευθ. τμημ.

$$P(\text{να μην διέρχεται από το } A_1) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{4} = 0.75.$$